

2007 年中华人民共和国普通高等学校联合招收 华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试 数 学

满分 150 分，考试用时 120 分钟

题号	一	二	三							总分
			21	22	23	24	25	26	27	

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把所选出的字母填在题后的括号内。

1、设集合 $M = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$ ， $N = \{x | x^2 + x - 2 < 0\}$ ，则 $M \cap N =$ ()

A $\{x | x^2 + x - 2 < 0\}$ B $\{x | x^2 - 1 < 0\}$ C $\{x | x^2 - 4 < 0\}$ D $\{x | x^2 - x - 2 < 0\}$

2、若 $\pi \leq a \leq 2\pi$ ，且 $\sin a \sin 3a < 0$ ，则 a 满足 ()

A $\pi < a < \frac{4}{3}\pi$ B $\frac{5}{3}\pi < a < 2\pi$ C $\frac{4}{3}\pi < a < \frac{5}{3}\pi$ D $\pi < a < \frac{4}{3}\pi$ 或 $\frac{5}{3}\pi < a < 2\pi$

3、已知平面向量 $\vec{a} = (-2, x)$ 与向量 $\vec{b} = (-3, 2)$ 垂直，则 $x =$ ()

A 3 B 2 C -2 D -3

4、复数 $z = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^2}{(\sqrt{3} + i)^2}$ 的虚部为 ()

A 0 B $-i$ C i D -1

5、等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，公差为 2，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n^2} =$ ()

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 1 D 2

6、若函数 $y = e^x - 1$ 的图像按向量 $\vec{a} = (1, 1)$ 平移后，与 $f(x)$ 的反函数图像重合，则函数

$f(x) =$ ()

A $\ln x + 1$ B $\ln(x + 1)$ C $\ln x - 1$ D $\ln(x - 1)$

7、设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ y \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ ，则目标函数 $z = x + y$ 的最大值是 ()

- A 3 B 4 C 5 D 6

8、圆 $x^2 + y^2 - 2mx - 2ny = -4$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切，则 $m^2 + n^2$ 的值为 ()

- A $\frac{5}{2}$ B $\frac{9}{4}$ C 4 D $\frac{25}{4}$

9、用 0, 1, 2, 3, 4 组成没有重复数字的 5 位数，其中的奇数共有 ()

- A 60 个 B 48 个 C 36 个 D 24 个

10、对于直线 m, n 和平面 α, β ， $m \perp \alpha$ 的一个充分条件是 ()

- A $m \perp n, n \perp \beta, \beta \perp \alpha$ B $m \perp \beta, n \perp \beta, n \perp \alpha$
 C $m \perp n, n \parallel \alpha$ D $m \parallel \beta, \beta \perp \alpha$

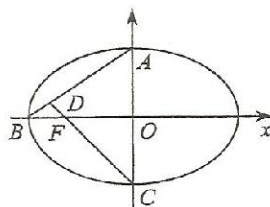
11、如图所示，椭圆中心在坐标原点， F 为左焦点， B 为左顶点， A, C 为短轴端点，已知 $CF \perp AB$ ，则椭圆的离心率是 ()

A $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

B $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

C $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

D $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$



12、已知 $f'(x)$ 是 R 上的可导函数，下列陈述中正确的是 ()

- A 若 $f'(x)$ 是偶函数则 $f(x)$ 是偶函数 B 若 $f'(x)$ 是偶函数则 $f(x)$ 是奇函数
 C 若 $f'(x)$ 是奇函数则 $f(x)$ 是奇函数 D 若 $f'(x)$ 是奇函数则 $f(x)$ 是偶函数

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分。把答案填在题中横线上。

13、二项式 $\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式中的常数项是 _____

14、空间向量 $\vec{a} = (a, b, c)$ ，若 $|\vec{a}| = 1$ ，则 $a + b + c$ 的最大值是 _____

15、在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，若原点到平面 $3x-2y+az=1$ 的距离等于 $\frac{1}{7}$ ，则 a 的值为_____

16、设直线 l 的斜率为 k ，在 y 轴上的截距为 b ($b \neq 0$)，若以原点为极点，以 x 轴正向为极轴，则 l 的极坐标方程为 $\rho =$ _____

17、等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $a_1+a_2=18$ ， $a_3+a_4=2$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____

18、函数 $y=x^3+3ax^2+3bx$ 在区间 $[-1,1]$ 单调递减，且 $a>0$ ，则 $2a+b$ 的最大值为_____

19、若以 x^2-5x+6 除多项式 $f(x)$ 得余式 $2x-5$ ，则 $f(3)=$ _____

20、若 $\triangle ABC$ 的内角 $A、B$ 所对的边分别为 $a、b$ ，已知 $b \cos A + a \cos B = 2$ ， $a-b=1$ ，且 $\angle C = 60^\circ$ ，则 $a =$ _____

三、解答题

21、(本题满分 14 分)

设函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ ，实数 a, b 是常数

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 的任意切线的斜率都不小于 -2 ，则 $a、b$ 的取值范围如何？
- (2) 证明曲线 $y = f(x)$ 是中心对称图形，并求出对称中心的坐标

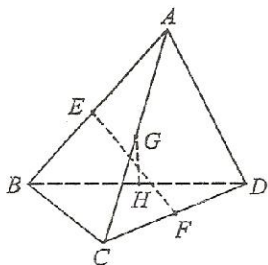
22、(本题满分 14 分)

设 $f(x) = x\sqrt{1-2x}$ $\left(0 < x < \frac{1}{2}\right)$, 证明 $f(x) \leq f\left(\frac{1-x}{2}\right)$

23、(本题满分 14 分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 已知 $AB = CD = 8$, $AD = BC = 10$, $AC = BD = 12$, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 CD 、 AC 、 BD 的中点

- (1) 求 EF 的长;
- (2) 证明 EF 、 GH 相互垂直平分



上海心叶

WWW.520XINYE.COM

24、(本题满分 15 分，文史类考生不做)

对某种产品的抽验规则如下：从每批 10 件产品中随机抽取 2 件，逐一检查，如果未发现次品，则该批产品抽检通过，现有一批 10 件产品

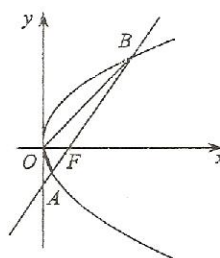
- (1) 若其中有 1 件次品，求该批产品通过抽检的概率；
- (2) 若该批产品通过抽检的概率不低于 50%，其中次品最多有几件？

25、(本题满分 15 分，文史类考生不做)

设抛物线 $y^2 = 2px$ 与通过焦点 F 斜率为 k 的直线交于 $A(x_A, y_A)$ 、 $B(x_B, y_B)$ 两点，且 $p > 0$ ， $y_A < 0$

(1) 用 p 和 k 表示 $\triangle AOB$ 的面积；

(2) 证明 $\tan \angle BOA = -\frac{4}{3} \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}}$



26、(本题满分 15 分，理工农医类考生不做)

对某种产品的抽验规则如下：从每批 10 件产品中随机抽取 2 件，逐一检查，如果未发现次品，则该批产品抽检通过，现有一批 10 件产品

- (1) 若其中有 1 件次品，求该批产品通过抽检的概率；
- (2) 若该批产品通过抽检的概率为 $\frac{1}{3}$ ，其中次品有几件？

27、(本题满分 15 分，理工农医类考生不做)

设抛物线 $y^2 = 4x$ 与通过焦点 F 斜率为 k 的直线交于 $A(x_A, y_A)$ 、 $B(x_B, y_B)$ 两点，且，
 $y_A < 0$

- (1) 用 k 表示 $\triangle AOB$ 的面积；
- (2) 证明 $\tan \angle BOA = -\frac{4}{3} \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}}$

