

2008 年中华人民共和国普通高等学校联合招收 华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试 数 学

满分 150 分，考试用时 120 分钟

题号	一	二	三							总分
			21	22	23	24	25	26	27	

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把所选出的字母填在题后的括号内。

1、设 $a = \sin 210^\circ$ ， $b = \cos 210^\circ$ ， $c = \tan 210^\circ$ ，则 ()

A $a < b < c$ B $b < c < a$ C $c < b < a$ D $b < a < c$

2、复数 $z = \frac{(2+i)(1+2i)}{(1+i)^2}$ 的模 $|z| =$ ()

A $\frac{5}{4}$ B $\frac{5}{2}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{3}{2}$

3、设不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集为 $\{x | -2 < x < 3\}$ ，则 $a - b =$ ()

A 7 B 5 C -5 D -7

4、若直线 l 与曲线 $xy = 6$ 相切于点 $P(2,3)$ ，则直线 l 的斜率为 ()

A $\frac{3}{2}$ B $\frac{3}{4}$ C $-\frac{3}{4}$ D $-\frac{3}{2}$

5、设 $y = f(x)$ 是 R 上的奇函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = x^3 + \lg(1+x)$ ，则当 $x < 0$ 时， $f(x) =$ ()

A $-x^3 - \lg(1-x)$ B $x^3 + \lg(1-x)$ C $x^3 + \lg \frac{1}{1-x}$ D $-x^3 - \lg \frac{1}{1-x}$

6、函数 $f(x) = x^3 - 12x + 3$ ($-3 \leq x \leq 3$) 的值域为区间 ()

A $[-13, 19]$ B $[-13, 21]$ C $[-6, 12]$ D $[-6, 19]$

7、从 1, 2, ..., 8, 9 这 9 个数中，任取两个不同的数，其乘积为奇数的概率为 ()

A $\frac{5}{9}$ B $\frac{5}{18}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{2}{7}$

- 8、在公比大于1的等比数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_1a_9=72$, $a_2+a_8=27$,则 $a_{10}=(\quad)$
 A 48 B 38 C 32 D 26
- 9、若椭圆的焦距等于短轴长的2倍,则该椭圆的离心率为 (\quad)
 A $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B $\frac{4}{5}$ C $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D $\frac{1}{3}$
- 10、在极坐标系中,以点 $N(4,0)$ 为圆心,且与圆 $\rho=6\sin\theta$ 外切的圆的方程为 (\quad)
 A $\rho^2=8\rho\cos\theta+12$ B $\rho^2=8\rho\cos\theta-12$
 C $\rho^2=8\rho\sin\theta+12$ D $\rho^2=8\rho\sin\theta-12$
- 11、若抛物线 $y=ax^2$ 的焦点在直线 $y=2x+3$ 上,则 $a=(\quad)$
 A 12 B 6 C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{12}$
- 12、给定两点 $A(1,2)$ 、 $B(3,4)$,若点 P 在 x 轴上移动,则使 $\angle APB$ 达到最大的点 P 的横坐标为 (\quad)
 A -5 B 1 C 3 D 5

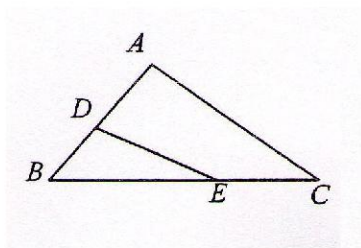
二、填空题：本大题共8小题，每小题4分，共32分。把答案填在题中横线上。

- 13、双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{7}=1$ 的两条准线的距离为_____
- 14、设 $\sin 2\theta=\frac{2}{3}$,则 $\tan\theta+\cot\theta$ 的值为_____
- 15、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2n+1)}{3+4n^2} =$ _____
- 16、函数 $y=\frac{(2x+1)^2}{(x+1)(4x+1)}$ ($x \geq 0$) 的最小值为_____
- 17、在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中,经过点 $P(3,1,0)$ 且与直线 $\begin{cases} 2x+y=2 \\ x-2y+z=4 \end{cases}$ 垂直的平面方程为_____
- 18、用 $(x+2)(x-1)$ 除多项式 $p(x)=x^6+x^5+2x^3-x^2+3$,所得的余式为_____
- 19、设球面上的三个点 A 、 B 和 C ,每两点间的球面距离等于该球大圆周长的 $\frac{1}{6}$,若经过这三个点的圆的半径为 $2cm$,则该球的直径为_____ cm
- 20、一个正五棱柱有10个顶点,以其中的4点为顶点的不同三棱锥,总共有_____个

三、解答题

21、(本题满分 14 分)

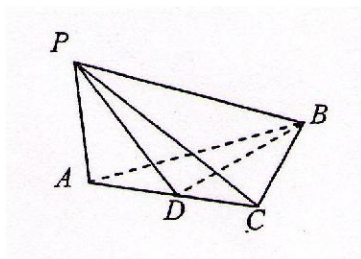
如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上，且 $\overrightarrow{DE} = \frac{5}{12}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ ，求 $\triangle DBE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比



22、(本题满分 14 分)

如图，三棱柱 $P-ABC$ 的底面是正三角形，侧棱 $PA \perp$ 底面 ABC ， D 是 AC 的中点， $PD = BD = a$

- (1) 证明 $BD \perp PC$ ；
- (2) 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积



23、(本题满分 14 分)

求函数 $f(x) = \cos x \sin x + 2(\cos x + \sin x)$ ($x \in R$) 的值域

24、(本题满分 15 分，文史类考生不做)

设 $a_n = \int_n^{n+1} x dx$, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$, $n = 1, 2, 3, \dots$

(1) 求 a_n 和 S_n ;

(2) 设 $T_n = \sum_{k=1}^n \left(3^{1-k} - \frac{1}{S_k} \right)$, 证明: 当 $n \geq 4$ 时, 都有 $\frac{2}{n+2} < T_n < \frac{2}{n+1}$

25、(本题满分 15 分，文史类考生不做)

设椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点为 F ，经过点 F 的直线 l 与椭圆相交于 A 、 B 两点，与椭圆

的右准线相交于点 C ，且 $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$ ，求点 F 分有向线段 \overrightarrow{AB} 所成的比，以及坐标原点 O 到直线 l 的距离

26、(本题满分 15 分，理工农医类考生不做)

设函数 $f(x) = \frac{x}{3} - \ln(\sqrt[3]{x})$ ($x > 0$)，数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 > 0$ 且 $a_1 \neq 1$ ，当 $n \geq 2$ 时，

$$a_n = 3f(a_{n-1})$$

- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小值，以及对应的 x 值；
- (2) 证明：当 $n \geq 2$ 时，都有 $a_n > a_{n+1} > 1$

27、(本题满分 15 分，理工农医类考生不做)

设椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点为 F ，经过点 F 的直线 l 与椭圆相交于 A 、 B 两点，与椭圆的右准线相交于点 C ，且 B 是 AC 的中点，求点 F 分有向线段 \overrightarrow{AB} 所成的比，以及点 C 的坐标

上海心叶教育 www.520xinye.com